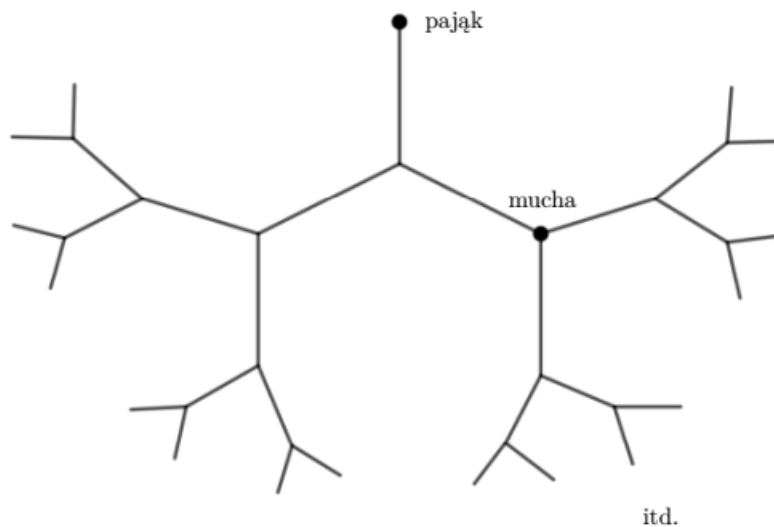


Kącik "łamania głowy"

Problemy i problemiki na niwie matematyki (prezentujemy tu oryginalne i chwytliwe problematy świeżo co znalezione, jak też odkryte przed laty)

SKN Miłośników Historii Matematyki i Informatyki TRYSEKTOR

1. Pająk chce złapać muchę, która znajduje się w "nieskończonym" labiryncie w miejscu zaznaczonym na rysunku poniżej.



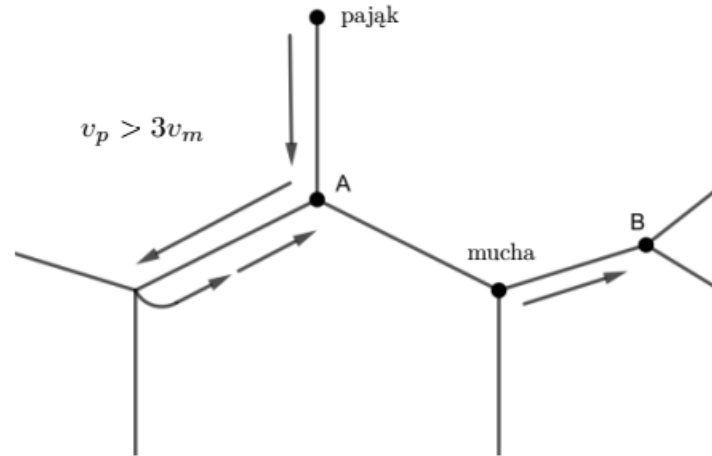
O labiryncie zakładamy, że ma nieskończoną liczbę korytarzy, każdy korytarz rozgałęzia się na dwa korytarze, korytarze nie przecinają się.

Przyjmujemy, że pająk i mucha poruszają się ze stałą prędkością. Udowodnić, że:

- a) jeśli prędkość poruszającego się pająka jest większa niż trzykrotna prędkość poruszającej się muchy, to pająk dogoni (schwyta) muchę,
- b) gdy prędkość poruszającego się pająka jest mniejsza lub równa trzykrotnej prędkości poruszającej się muchy, to może się zdarzyć, że pająk nigdy nie złapie muchy.

Uwaga. Pająk nie kieruje się instynktem, słuchem, węchem itp. a jedynie inteligencją i wzrokiem (np. raz przebiegniętego korytarza już nie przebiega - oczywiście jeśli nie jest to konieczne).

Rozwiązanie.



Gdy pająk dotrze do punktu A dostajemy sytuację jak przy rozpoczęciu wyścigu. odległość między pająkiem a muchą zmaleje, gdyż mucha nie dotarła jeszcze do punktu B . Rozumując dalej tak jak na rysunku widzimy, że na każdym kroku odległość między pająkiem a muchą maleje o tą samą liczbę, a zatem po pewnym czasie pająk złapie muchę.