

Zadanie o pałeczkach

Na stole leżą: trzy pałeczki czerwone o łącznej długości 30 cm oraz pięć pałeczek niebieskich o łącznej długości też 30 cm. Czy można tak przepiłować pałeczki czerwone i niebieskie, by później można było je rozłożyć w pary takie, że w każdej parze pałeczki będą jednakowej długości ale różnych kolorów?

Rozwiązanie. Pokażemy, że jeśli mamy n pałeczek czerwonych i m pałeczek niebieskich takich, że suma długości n pałeczek czerwonych równa się sumie długości m pałeczek niebieskich, to można pałeczki czerwone i niebieskie przepiłować tak, by dały się ułożyć w pary o jednakowej długości i różnych kolorach. Algorytm piłowania jest następujący. Na danym kroku wybieramy najdłuższą pałeczkę czerwoną oraz najdłuższą pałeczkę niebieską i obcinamy (piłujemy) dłuższą z nich do wymiarów krótszej. W rezultacie otrzymujemy parę pałeczek o jednakowej długości i różnych kolorach oraz obcięty kawałek, który wraca do pozostałych. W ten sposób, na każdym kroku algorytmu maleje, co najmniej o jeden, liczba pałeczek przechodzących do następnego kroku. Dostajemy stąd, że algorytm prowadzi dożądanego rozkładu w co najwyżej $(n + m)$ -krokach.