

Proponowana tematyka prac dyplomowych licencjackich na kierunku Matematyka stopień I Rok akademicki 2019/2020

Dr inż. Marcin Adam

Szeregi Fouriera

W pracy omówione zostaną rzeczywiste i zespolone szeregi Fouriera, które mają liczne zastosowania w innych dziedzinach nauki. Podane zostaną podstawowe kryteria zbieżności i różnorodne własności takich szeregów. W dalszej części pracy przedstawione będzie pojęcie całki i przekształcenia Fouriera. Całość pracy będzie uzupełniona stosownymi przykładami opracowanymi przez dyplomanta. Praca będzie oparta na klasycznych wynikach z tej dziedziny. Literatura głównie w języku polskim, ale również w angielskim.

Trygonometryczne równania funkcyjne

W pracy omówione zostaną najważniejsze równania funkcyjne, których rozwiązania wiążą się z funkcjami trygonometrycznymi. Najważniejszym z takich równań jest klasyczne równanie funkcyjne d'Alemberta, dla którego podane zostaną jego rozwiązania w różnych strukturach algebraicznych. Zbadana zostanie również stabilność tego równania w sensie Hyers'a-Ulama. W dalszej części pracy pokazane będą różne uogólnienia oraz stosowne przykłady opracowane przez dyplomanta. Praca będzie oparta na klasycznych wynikach z tej dziedziny. Literatura w języku angielskim.

Funkcje zespolone zmiennej zespolonej

W pracy przedstawione zostaną funkcje zespolone zmiennej zespolonej. Omówione zostaną podstawowe pojęcia (granica, ciągłość...) dotyczące funkcji zespolonej. W dalszej części pracy przedstawione zostaną pewne elementarne funkcje zespolone oraz pochodna i całka zespolona. Całość pracy będzie uzupełniona stosownymi przykładami opracowanymi przez dyplomanta. Praca będzie oparta na klasycznych wynikach z tej dziedziny. Literatura głównie w języku polskim, ale również w angielskim.

Liniowe równania całkowe

W pracy omówione zostaną podstawowe równania całkowe Volterra i Fredholma – pierwszego i drugiego rodzaju. Opisana zostanie metoda kolejnych przybliżeń rozwiązywania równań całkowych. W dalszej części pracy pokazany zostanie związek równań całkowych z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi oraz tzw. alternatywa Fredholma. Całość pracy będzie uzupełniona stosownymi przykładami opracowanymi przez dyplomanta. Praca będzie oparta na klasycznych wynikach z tej dziedziny. Literatura głównie w języku polskim, ale również w angielskim.

Dr inż. Beata Bajorska-Harapińska

Ciała uporządkowane (1 praca)

Celem pracy będzie omówienie podstawowych własności ciał uporządkowanych oraz zbieżności ciągów i szeregów. Literatura głównie w języku angielskim.

Równania różnicowe (1 praca)

Celem pracy będzie omówienie podstawowych metod rozwiązywania równań różnicowych oraz ich zastosowania do rozwiązywania wybranych zagadnień kombinatorycznych.

Elementy teorii liczb (1-2 prace), elementy teorii grafów (1-2 prace)

Tematy do ustalenia.

Dr inż. Rafał Brociek

Algorytmy poszukiwania minimum funkcji

Opis, implementacja, porównanie. Niezbędna umiejętność programowania. Szczegółowe tematy i zakresy prac zostaną ustalone po konsultacjach z dyplomantami.

Metody numeryczne

Rozwiązywanie algebraicznych układów równań, całkowanie numeryczne. Opis, implementacja, porównanie wybranych metod numerycznych. Szczegółowe tematy i zakresy prac zostaną ustalone po konsultacjach z dyplomantami.

Dr inż. Marcin Lawnik

Analiza wybranych dyskretnych układów chaotycznych

Praca będzie dotyczyć analizy (punkty stałe, wykładnik Lapunowa, diagram bifurkacyjny, gęstość niezmiennicza) wybranych dyskretnych modeli układów dynamicznych, które cechują się zachowaniem chaotycznym. Autor pracy wykona odpowiednie obliczenia (analitycznie i numerycznie) oraz dokona przeglądu literatury tematu. Wymagana umiejętność programowania.

Metody generowania wartości zmiennych losowych

Praca będzie dotyczyć metod generowania wartości zmiennych losowych z określonego rozkładu prawdopodobieństwa. Omówione zostaną m.in. metoda odwracania dystrybuanty czy akceptacji-odrzuceń. Autor pracy wykona odpowiednie obliczenia (analitycznie

i numerycznie) oraz dokona przeglądu literatury tematu. Wymagana umiejętność programowania.

Propozycja własnego tematu z następujących zagadnień:

- zbiory rozmyte
- kryptografia
- teoria chaosu
- wykorzystanie języków programowania w różnych zagadnieniach matematycznych

Dr inż. Jakub Ludew

Formy różniczkowe a twierdzenie Brouwera

Zastosowanie maszynerii form różniczkowych do dowodu twierdzenia Brouwera, poprzedzone elementarnym wprowadzeniem do teorii form różniczkowych w kontekście przestrzeni euklidesowych – iloczyn Grassmanna, cofnięcie formy, pochodna zewnętrzna i całka formy różniczkowej, ogólne twierdzenie Stokesa.

Elementarne wprowadzenie do zagadnienia podprzestrzeni niezmienniczych

Geneza problemu podprzestrzeni niezmienniczych – twierdzenie Schura i rozkład kanoniczny Jordana, podprzestrzenie niezmiennicze w C^n , twierdzenie spektralne dla operatorów hermitowskich i normalnych, operatory zwarte, twierdzenie Łomonosowa.

Elementarne wprowadzenie do geometrii różniczkowej powierzchni

Pierwsza i druga forma fundamentalna powierzchni, krzywizny główne i krzywizna Gaussa, Gaussa Theorema Egregium.

Pewne dowody fundamentalnego twierdzenia algebry

Zazwyczaj FTA dowodzone jest w ramach kursu teorii funkcji zespolonych, jako wniosek z twierdzenia Liouville'a, zasady maksimum czy też twierdzenia Rouchego. Celem pracy jest szczegółowe i elementarne zaprezentowanie pewnych dowodów FTA o charakterze geometrycznym i topologicznym, z którymi student nie zetknie się w ramach standardowych kursów, a które ze względu na zaangażowane pojęcia i metody (rzut stereograficzny, punkty krytyczne odwzorowania, pierwsza grupa homotopii) są interesujące same w sobie.

Dwa podejścia do dowodu twierdzenia Picarda-Lindelöfa

Tematem jest twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania układu równań różniczkowych zwyczajnych, rzędu pierwszego, z zadanymi warunkami początkowymi. Celem pracy jest szczegółowe i elementarne zaprezentowanie klasycznego dowodu tegoż twierdzenia (a także dowodu gładkiej zależności od warunków początkowych - przy stosownych założeniach) oraz dowodu bazującego na nieskończone-wymiarowym rachunku różniczkowym, które to podejście znacznie redukuje niezbędny do przeprowadzenia dowodu wysiłek (zwłaszcza w odniesieniu do gładkiej zależności od warunków początkowych).

O pewnych własnościach funkcji gładkich

Celem pracy jest szczegółowe i elementarne przedstawienie pewnych własności odwzorowań gładkich (fundamentalnych m.in. w topologii różniczkowej) oraz ich zastosowań (gładki rozkład jedności, gładka wersja lematu Ursona i twierdzenia Tietzego, lemat Borela, twierdzenie aproksymacyjne Whitneya, istnienie funkcji gładkich o dowolnie zadanym, domkniętym, zbiorze zer).

Liczby hiperzespólone Hamiltona w kontekście algebr Clifforda

Wiele opracowań prezentuje algebrę Hamiltona (której elementy zazwyczaj nazywane są kwaternionami) w sposób ad hoc. Celem pracy jest szczegółowe i elementarne przedstawienie pojęcia algebry Clifforda, pewnych motywacji do tegoż pojęcia prowadzących oraz ukazanie algebry Hamiltona jako konkretnej realizacji pojęcia algebry Clifforda.

Dr Janina Macura (maksymalnie 2 dyplomantów)

Szeregi Fouriera

- definicja, zbieżność szeregu Fouriera;
- rozwijalność funkcji w szereg Fouriera;
- przykłady rozwinięć;
- przykłady zastosowań;
- szeregi ortogonalne.

Szeregi funkcyjne

- definicja, podstawowe własności szeregów funkcyjnych;
- szeregi potęgowe (także w zbiorze liczb zespolonych);
- szeregi Laurenta;
- szeregi ortogonalne;
- przykłady zastosowań.

Dr inż. Elwira Mateja-Losa

Zastosowanie matematyki - Rachunek rent

Cześć teoretyczna pracy to przedstawienie podstawowych pojęć i zagadnień związanych z rachunkiem rent (pojęcie renty, wartość początkowa i końcowa renty, renty o stałych ratach, renta o zmiennych ratach, renta uogólniona) na przykładach.

Część praktyczna pracy obejmuje budowę modelu symulacyjnego z wykorzystaniem programu symulacyjnego Vensim Ple.

Zastosowanie matematyki – rozliczanie pożyczek na przykładzie banku XYZ

Cześć teoretyczna pracy to przedstawienie podstawowych pojęć i zagadnień związanych z spłatą długów na przykładach studenta/ki.

Część praktyczna pracy obejmuje budowę modelu symulacyjnego z wykorzystaniem programu symulacyjnego Vensim Ple.

Podjęmowania decyzji w oparciu o model Dynamiki Systemowej

Cześć teoretyczna pracy to przedstawienie podstawowych pojęć i zagadnień związanych z modelowaniem systemów w szczególności metody Dynamiki Systemowej .

Część praktyczna pracy obejmuje budowę modelu symulacyjnego z wykorzystaniem programu symulacyjnego Vensim Ple.

Metoda Dynamiki systemowej i jej zastosowanie w ochronie zdrowia

Cześć teoretyczna pracy to przedstawienie podstawowych pojęć i zagadnień związanych z modelowaniem systemów w szczególności metody Dynamiki Systemowej .

Część praktyczna pracy przedstawienie procesu budowy modelu symulacyjnego, opis konkretnego modelu z ochrony zdrowia.

Dr hab. Iwona Nowak (maksymalnie 2 dyplomantów)

SVR - Regresja wektorem wspierającym

Praca będzie polegała na opisie metody SVR (Support Vector Regression) oraz jej wykorzystaniem jako modelu zastępczego dla czasochłonnych obliczeń wymaganych w pełnym modelu zjawiska. Poza teoretycznymi rozważaniami praca będzie zawierała przykłady ilustrujące działanie metody.

Od dyplomanta oczekuje się umiejętności programowania (na podstawowym poziomie, w dowolnym języku) oraz korzystania z literatury w języku angielskim.

GPR - Regresja procesem Gaussa

Praca będzie polegała na opisie metody GPR (Gaussian Process Regression) oraz jej wykorzystaniem jako modelu zastępczego dla czasochłonnych obliczeń w pełnym modelu zjawiska. Poza teoretycznymi rozważaniami praca będzie zawierała przykłady ilustrujące działanie metody.

Od dyplomanta oczekuje się umiejętności programowania (na podstawowym poziomie, w dowolnym języku) oraz korzystania z literatury w języku angielskim.

Dr Alicja Samulewicz

Odwzorowania peanowskie

Przykłady odwzorowań ciągłych z przedziału domkniętego na kwadrat $[0,1] \times [0,1]$ i sześcian $[0,1] \times [0,1] \times [0,1]$. Przestrzenie, które mogą być ciągłymi obrazami przedziału $[0,1]$. Zbiory punktów różniczkowalności odwzorowań peanowskich i ich współrzędnych.

Wyznaczanie najkrótszych dróg w przestrzeniach łukowo spójnych

Drogi w przestrzeniach metrycznych łukowo spójnych. Przestrzenie, w których nie istnieje najkrótsza droga między dwoma ustalonymi punktami. Sposoby wyznaczania najkrótszych dróg w wybranych klasach przestrzeni, np. w grafach i na powierzchniach gładkich.

Przestrzenie metryczne zupełne i ich własności

W pracy omówione zostaną wybrane twierdzenia dotyczące przestrzeni metrycznych zupełnych oraz przykłady ich zastosowań w różnych dziedzinach matematyki.

Normy w przestrzeniach liniowych

Przykłady norm w przestrzeniach liniowych. Twierdzenie o równoważności wszystkich norm w przestrzeniach liniowych skończonego wymiaru. Przykłady nierównoważnych norm w przestrzeni liniowej nieskończonego wymiarowej.

Dr inż. Piotr Ślanina

Arytmetyczne i geometryczne zastosowania liczb zespolonych

W tej pracy student ma szerokie możliwości wyboru różnych zastosowań liczb zespolonych. Do wybranych należą zastosowania wzoru de Moivre'a, rozwiązywania równań nad ciałem liczb rzeczywistych, istnienia konstrukcji wybranych wielokątów foremnych, rozwiązywania wybranych równań różniczkowych itp.

Równania kwaternionowe

Brak przemienności mnożenia kwaternionów implikuje większą złożoność rozwiązywania pewnych równań o współczynnikach z ciała kwaternionów. Przykładem może być równanie kwadratowe które należy zapisać w postaci $ax^2+bx+xc+d=0$. W pracy znajdują się wzory opisujące rozwiązywanie równań tego typu wraz z przykładami.

Grafy generujące skończonych grup

Grafem generującym danej grupy G nazywamy graf którego wierzchołkami są elementy grupy G i (x,y) jest krawędzią tego grafu wtedy i tylko wtedy gdy para x,y generuje grupę G . W pracy znajdują się grafy wybranych grup skończonych razem z uzasadnieniem ich formy.

Prezentacje grup

Każdą grupę można przedstawić za pomocą jej prezentacji – wybranego zbioru jej generatorów i zbioru relacji pomiędzy tymi generatorami. Praca zawierać będzie między innymi sposoby tworzenia prezentacji znanych grup oraz jakie informacje można uzyskać na temat grupy znając jej prezentację.

Dr inż. Andrzej Starosolski

Antynomia Russella

- naiwna teoria mnogości
- Antynomia Russella
- inne antynomie
- aksjomatyczna teoria mnogości
- słowo o niesprzeczności

Liczby porządkowe

- porządki i ich własności
- definicja l. porządkowych i opisy równoważne
- arytmetyka l. porządkowych
- własności l. porządkowych
- zastosowania

„Male” liczby kardynalne

- def. l. kardynalnych
- ideały i inwarianty kardynalne add, cav, non, cof.
- liczby b, d
- diagram Cichonia
- proste dowody kombinatoryczne
- słowo o niezależności

Wokół pewnika wyboru

- pewnik wyboru i twierdzenia równoważne
- dowody równoważności
- słabsze wersje
- „paradoksalne” konsekwencje pewnika wyboru (bez dowodu)
- konsekwencje odrzucenia pewnika wyboru.

Dr inż. Witold Tomaszewski

Geometria nieeuklidesowe

Celem pracy jest omówienie wybranych geometrii nieeuklidesowych. Opisane zostaną aksjomaty tych geometrii, ich modele oraz problemy obliczeniowe i konstrukcyjne.

BNS-niezmienniki

Celem pracy jest omówienie wprowadzenia do teorii niezmienników, wprowadzonych na początku lat osiemdziesiątych zeszłego wieku przez trzech matematyków: R. Bieriego, R. Stroebła i W. Neumanna i wciąż pojawiających się w literaturze związanej z geometryczną teorią grup. Opisane zostaną podstawowe konstrukcje oraz wybrane fakty tej teorii.

Grupy nilpotentne

Praca poświęcona będzie teorii grup nilpotentnych, ze szczególnym uwzględnieniem skończonych grup nilpotentnych. Jednym z jej elementów będzie dowód twierdzenia Sylowa oraz wykorzystanie go do klasyfikacji skończonych grup nilpotentnych.

Wybrane aspekty kombinatorycznej teorii grup.

Celem pracy jest zaprezentowanie podstawowych pojęć kombinatorycznej teorii grup: grup wolnych, prezentacji grup itp. Omówione zostaną m.in. Twierdzenie Nielsena-Schreiera,

proces przepisujący Reidemestera-Schreiera, problematyka automorfizmów grup wolnych i inne wybrane aspekty tej teorii.

Dr inż. Marek Żabka

Zależności dla tożsamości grupowych małej długości

Algorytmy obliczeniowe w geometrii i ich zastosowania

Obliczenia komputerowe w macierzach skończonych